



15 березня 2018 року

Міжнародний математичний конкурс "Кенгуру"

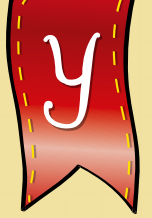
Рівень "Юніор"

умови завдань для учнів 9-10 класу загальноосвітньої школи

Любий друже! Пам'ятай:

- * за кожну задачу можна отримати від трьох до п'яти балів;
- * за неправильну відповідь бали не знімаються;
- * серед запропонованих варіантів відповідей є лише один правильний;
- * користуватись калькулятором, математичними довідниками чи іншою допоміжною літературою категорично заборонено;

Будь уважний! Тобі під силу віднайти всі правильні відповіді! Бажаємо успіху!

* термін
виконання
завдань – 75 хв.

Завдання 1 – 10 оцінюються трьома балами

1 Довжини двох сторін трикутника дорівнюють 5 см та 2 см, а довжина третьої дорівнює непарному числу сантиметрів. Чому дорівнює довжина третьої сторони?

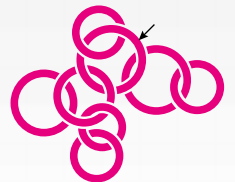
A: 3 см B: 4 см C: 5 см D: 6 см E: 7 см

2 У сім'ї Петренків кожна дитина має принаймні двох братів і принаймні одну сестру. Яка найменша кількість дітей може бути у цій сім'ї?

A: 3 B: 4 C: 5 D: 6 E: 7

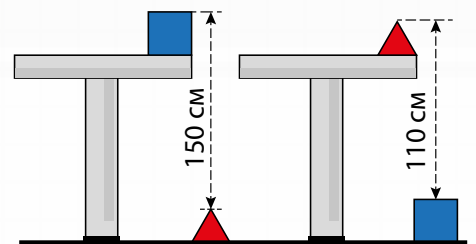
3 На малюнку зображено кільця. Деякі з них утворюють ланцюг. Яка кількість кілець є у ланцюгу з найбільшою кількістю кілець?

A: 3 B: 4 C: 5 D: 6 E: 7



4 Відстань від верху червоної піраміди, що стоїть на підлозі, до верху синього паралелепіпеда, що стоїть на столі, дорівнює 150 см. Відстань від верху того ж синього паралелепіпеда, що стоїть на підлозі, до верху тієї ж червоної піраміди, що стоїть на столі, дорівнює 110 см. Чому дорівнює висота стола (див. мал.)?

A: 110 см B: 120 см C: 130 см D: 140 см E: 150 см

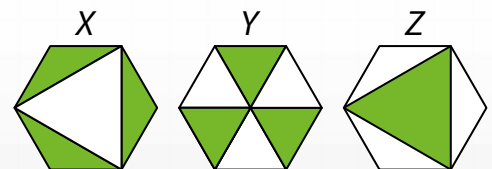


5 Сума п'яти послідовних натуральних чисел дорівнює 10^{2018} . Чому дорівнює третє число?

A: 10^{2013} B: 5^{2017} C: 10^{2017} D: $2 \cdot 10^{2017}$ E: 2^{2018}

6 На малюнку зображено три рівні правильні шестикутники. Нехай X, Y, Z – площі зафарбованих у зелений колір частин шестикутників. Яке з тверджень у відповідях є істинним?

A: $X = Y = Z$ B: $X = Y \neq Z$ C: $Y = Z \neq X$ D: $X = Z \neq Y$ E: $X \neq Y, Y \neq Z, X \neq Z$



7

У Марічки 42 яблука, 60 абрикосів і 90 груш. Вона вирішила розділити їх на однакові фруктові набори. Яку найбільшу кількість таких наборів Марічка могла зробити з усіх цих фруктів?

А: 3

Б: 6

В: 10

Г: 14

Д: 42

8

У ребусі деякі цифри замінили на літери А, В, С, D (див. мал.). Чому дорівнює значення $A+B+C+D$?

$$\begin{array}{r} A45 \\ + BCD \\ \hline 654 \end{array}$$

А: 14

Б: 15

В: 16

Г: 17

Д: 24

9

Чому дорівнює сума 25 % від числа 2018 та 2018 % від числа 25?

А: 1009

Б: 2016

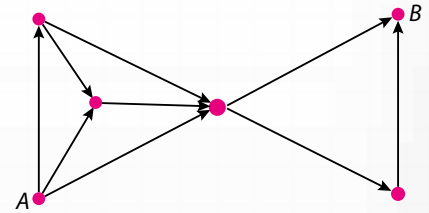
В: 2018

Г: 3027

Д: 5045

10

Між точками можна рухатися лише у напрямках, зазначених стрілками (див. мал.). Скількома різними способами можна потрапити з точки А у точку В?



А: 20-ма

Б: 16-ма

В: 10-ма

Г: 8-ма

Д: 4-ма

Завдання 11 – 20 оцінюються чотирма балами

11

Два гуртожитки знаходяться на одній вулиці на відстані 250 м один від одного. 100 студентів живуть в першій будівлі, а 150 – у другій. Де потрібно побудувати автобусну зупинку, щоб сума усіх відстаней, які проходять студенти від гуртожитків до зупинки, була найменшою?

А: біля першої будівлі

Б: за 100 метрів від першої будівлі

В: за 100 метрів від другої будівлі

Г: біля другої будівлі

Д: будь-де між двома будівлями

12

У ряд записали 45 чисел: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4,... Кожне число n записане в послідовності рівно n разів. Скільки з цих чисел ділиться на 3?

А: 4

Б: 12

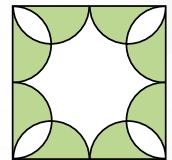
В: 18

Г: 22

Д: 23

13

У квадраті зі стороною 4 см намалювали 8 рівних півкіл (див. мал.). Чому дорівнює площа зафарбованої частини квадрата?

А: $(6 + \sqrt{2})$ см²Б: 8 см²В: $(6 + \sqrt{2})$ см²Г: $(2\pi + 3\sqrt{2})$ см²Д: $3\sqrt{2}$ см²

14

За один день між містами М, N, O, P та К проїхало 40 поїздів. 10 поїздів відправилися з міста М або прибули у це місто. 10 поїздів відправилися з міста N або прибули у це місто. 10 поїздів відправилися з міста O або прибули у це місто. 10 поїздів відправилися з міста P або прибули у це місто. Скільки поїздів відправилися або прибули в місто К?

А: 0

Б: 10

В: 20

Г: 30

Д: 40

15 Учні школи могли обрати або гурток англійської, або гурток французької мови, або взагалі не відвідувати жоден. 35% учнів, що записалися у гуртки, обрали гурток англійської. 13% учнів школи обрали гурток французької мови. Який відсоток учнів школи записалися у гуртки?

А: 13% **Б:** 20% **В:** 22% **Г:** 48% **Д:** 65%

16 Петро хотів придбати книгу, але у нього не було грошей. Батько та два брати хлопчика вирішили йому допомогти. Батько дав половину від того, що Петрові дали його два брати, а старший брат дав третину від того, що дали решта. Молодший брат дав 10 грн. Яка вартість книжки?

А: 24 грн **Б:** 26 грн **В:** 28 грн **Г:** 30 грн **Д:** 32 грн

17 Скільки трицифрових чисел мають таку властивість: після викреслення середньої цифри отримане двоцифрове число є в 9 разів меншим від початкового?

А: 1 **Б:** 2 **В:** 3 **Г:** 4 **Д:** 5

18 Скільки разів у сумі під знаком кореня необхідно записати число 2018^2 , щоб рівність $\sqrt{2018^2 + 2018^2 + \dots + 2018^2} = 2018^2$ була правильною?

А: 18 **Б:** 2018 **В:** 2018^2 **Г:** 2018^8 **Д:** 2018^{18}

19 Скільки цифр в десятковому записі числа $\frac{1}{9} \cdot (10^{18} - 1) \cdot 10^{18}$?

А: 17 **Б:** 18 **В:** 35 **Г:** 36 **Д:** 37

20 $A_1, A_2, \dots, A_{2018}$ – правильний 2018-кутник. Іванко провів відрізки $A_{18}A_{1018}$ та $A_{1018}A_{2000}$ і отримав три багатокутники. Скільки вершин є у кожному з утворених багатокутників?

А: 38; 983; 1001 **Б:** 37; 983; 1001 **В:** 38; 982; 1001 **Г:** 37; 982; 1000 **Д:** 37; 983; 1002

Завдання 21 – 30 оцінюються п'ятьма балами

21 Нехай m, n – натуральні числа і $2^m - 2^n = 240$. Чому дорівнює $m + n$?

А: 10 **Б:** 11 **В:** 15 **Г:** 16 **Д:** жодному з перелічених значень

22 На дошці записали декілька цілих чисел, серед яких є число 2018. Сума всіх чисел, записаних на дошці, дорівнює 2018. Добуток усіх записаних чисел також дорівнює 2018. Якому числу, із запропонованих у відповідях, може дорівнювати кількість чисел, записаних на дошці?

А: 2016 **Б:** 2017 **В:** 2018 **Г:** 2019 **Д:** 2020

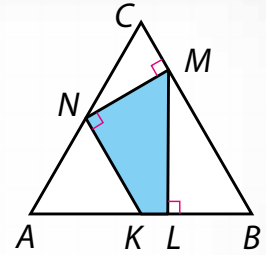
23 Іванко обрав чотири додатні числа. Петрик обрав три з них, порахував їхнє середнє арифметичне і додав четверте число. Таку дію він виконав для чотирьох різних наборів з трьох чисел і отримав суми 17, 21, 23 та 29. Чому дорівнює найбільше з чотирьох обраних чисел?

А: 12 **Б:** 15 **В:** 21 **Г:** 24 **Д:** 29

24 Точки A_0, A_1, A_2, \dots лежать на одній прямій і $A_0A_1 = 1$ см, а точка A_n – середина відрізка $A_{n-1}A_{n+2}$ для кожного невід'ємного n . Чому дорівнює довжина відрізка A_0A_6 ?

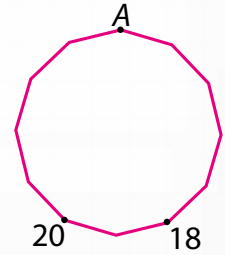
А: 5 см **Б:** 11 см **В:** 21 см **Г:** 32 см **Д:** 53 см

25 Площа правильного трикутника ABC дорівнює 32 см². Точка N – середина відрізка AC , а точки M, L та K розташовані так, що $NM \perp BC$, $ML \perp AB$, $KN \perp NM$ (див. мал.). Чому дорівнює площа чотирикутника $KLMN$?



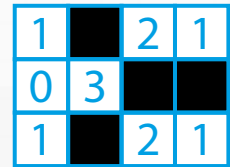
А: 10 см² **Б:** 11 см² **В:** 12 см² **Г:** 15 см² **Д:** 16 см²

26 У кожній вершині дванадцятикутника Ігор повинен написати число, що дорівнює сумі чисел, записаних у сусідніх вершинах. Два числа у вершинах уже записані (див. мал.). Чому дорівнює число, яке Ігор повинен записати замість A ?



А: 2018 **Б:** -20 **В:** 18 **Г:** 38 **Д:** -38

27 Діана намалювала прямокутник, що складається з 12-ти клітинок. Деякі з них вона зафарбувала у чорний колір і у кожну незафарбовану клітинку записала кількість зафарбованих клітинок, що мають з нею спільну сторону (див. мал.). Таку саму дію вона проробила для прямокутника з 158-ти клітинок. Яку найбільшу суму вона може отримати в усіх незафарбованих клітинках цієї таблиці?



А: 220 **Б:** 223 **В:** 232 **Г:** 235 **Д:** 327

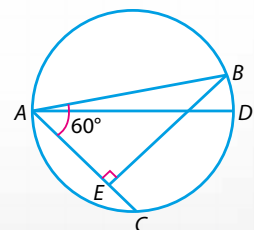
28 У коробці є 7 білих, 5 зелених і 4 голубі кульки. Скільки існує способів витягнути з коробки три кульки так, щоб принаймні дві кульки серед них були одного кольору?

А: 224 **Б:** 252 **В:** 308 **Г:** 364 **Д:** 420

29 Іванко склеїв великий куб з декількох маленьких кубиків однакового розміру і зафарбував кілька його граней у синій колір. Його сестра Ніна розділила цей кубик на початкові маленькі кубики і отримала 45 маленьких кубиків, у кожного з яких жодна грань виявилась не зафарбованою. Скільки граней великого кубика зафарбував Іванко?

А: 2 **Б:** 3 **В:** 4 **Г:** 5 **Д:** 6

30 Нехай AB та AC – хорди кола з діаметром AD (див. мал.). Кут $BAC = 60^\circ$, $BE \perp AC$, $AB = 24$ см, $EC = 3$ см. Чому дорівнює довжина хорди BD ?



А: $\sqrt{3}$ см **Б:** 2 см **В:** 3 см **Г:** $2\sqrt{3}$ см **Д:** $3\sqrt{2}$ см