



15 березня 2018 року

Міжнародний математичний конкурс "Кенгуру"

Рівень "Випускник"

умови завдань для учнів 11 класу загальноосвітньої школи

Любий друже! Пам'ятай:

* за кожну задачу можна отримати від трьох до п'яти балів;

* за неправильну відповідь бали не знімаються;

* серед запропонованих варіантів відповідей є лише один правильний;

* користуватись калькулятором, математичними довідниками чи іншою допоміжною літературою категорично заборонено;

Будь уважний! Тобі під силу віднайти всі правильні відповіді! Бажаємо успіху!

* термін
виконання
завдань – 75 хв.

Завдання 1 – 10 оцінюються трьома балами

1 Який із наведених у відповідях числових виразів має найбільше значення?

А: $2 - 0 \cdot 1 + 8$ Б: $2 + 0 \cdot 1 \cdot 8$ В: $2 \cdot 0 + 1 \cdot 8$ Г: $2 \cdot (0 + 1 + 8)$ Д: $2 \cdot 0 + 1 + 8$ 2 Чому дорівнює найменше ціле значення n , для якого справедлива нерівність

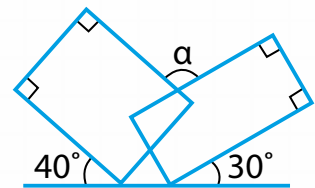
$$\frac{1}{n-4} \leq 0,2018 \leq \frac{1}{n-5}$$

А: 8 Б: 9 В: 10 Г: 11 Д: 12

3 $|\sqrt{17} - 5| + |\sqrt{17} + 5| =$ А: 10 Б: $2\sqrt{17}$ В: $\sqrt{34} - 10$ Г: $10 - \sqrt{34}$ Д: 0

4 В Ігоря сім камінців і молоток. Щоразу, кожний камінь, який він ударяє молотком, розбивається рівно на п'ять менших. Ігор розбив декілька камінців. Яке з наведених у відповідях чисел може дорівнювати кількості камінців, які були в Ігоря після останнього удару?

А: 17 Б: 20 В: 21 Г: 23 Д: 25

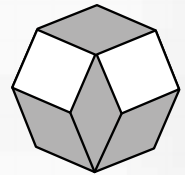
5 Сторони двох прямокутників утворюють з прямою кути 40° та 30° (див. мал. поруч). Чому дорівнює градусна міра кута α ?А: 105° Б: 120° В: 130° Г: 135° Д: інша відповідь

6 Скільки існує способів представлення числа 1001 у вигляді суми двох простих чисел?

А: жодного Б: один В: два Г: три Д: більше трьох

7 Восьмикутник, зображений на малюнку поруч, складено з чотирьох однакових ромбів та двох квадратів. Чому дорівнює градусна міра тупого кута кожного з ромбів?

- A:** 135° **Б:** 140° **В:** 144° **Г:** 145° **Д:** 150°



8 КЕН має зріст 2 м і є найвищим гравцем баскетбольної команди. Гравець РУ – найнижчий у цій команді. В якій із запропонованих відповідей достатньо інформації для визначення зросту РУ?

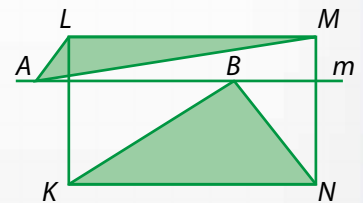
- A:** Медіана зростів усіх гравців цієї команди дорівнює 180 см.
Б: Зріст гравця ГУ з цієї команди дорівнює 190 см.
В: Середнє вибірки зростів семи гравців цієї команди дорівнює 185 см.
Г: Розмах вибірки зростів усіх гравців цієї команди дорівнює 33 см.
Д: У команді 10 гравців.

9 У коробці 65 кульок. Вісім з них білі, а решта – чорні. За один хід можна взяти з коробки навмання не більше п'яти кульок. За яку найменшу кількість ходів гарантовано серед витягнутих кульок виявиться принаймні одна біла кулька, якщо витягнені кульки до коробки не повертають?

- A:** за 11 **Б:** за 12 **В:** за 13 **Г:** за 14 **Д:** за 15

10 На малюнку поруч зображено прямокутник $KLMN$ і пряма m , паралельна його стороні. Точки A та B лежать на прямій m . Сума площ двох зафарбованих трикутників дорівнює 10 см^2 . Чому дорівнює площа прямокутника $KLMN$?

- A:** 18 см^2 **Б:** 20 см^2 **В:** 22 см^2 **Г:** 24 см^2
Д: площа прямокутника залежить від положення точок A і B



Завдання 11 – 20 оцінюються чотирма балами

11 Два куби з об'ємами V і W перетинаються. Частина куба, який має об'єм V , що не є спільною для двох кубів, становить 90 % його об'єму. Частина куба, який має об'єм W , що не є спільною для двох кубів, становить 85 % його об'єму. Яке співвідношення справджується для V та W ?

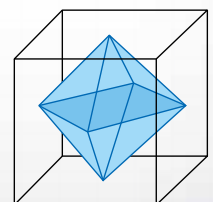
- A:** $V = \frac{2}{3}W$ **Б:** $V = \frac{3}{2}W$ **В:** $V = \frac{85}{90}W$ **Г:** $V = \frac{90}{85}W$ **Д:** $V = W$

12 Таня виконала кілька стрибків у довжину, досягнувши середнього результату 3,80 м. В наступній спробі вона стрибнула на 3,99 м, а середня довжина стрибка зросла до 3,81 м. На яку відстань вона повинна стрибнути ще раз, щоб збільшити середню довжину стрибка до 3,82 м?

- A:** на 3,97 м **Б:** на 4,00 м **В:** на 4,01 м **Г:** на 4,03 м **Д:** на 4,04 м

13 Восьмигранник вписано у куб, ребро якого має довжину 1 см, так, що вершини восьмигранника розташовані в центрах граней куба. Чому дорівнює об'єм цього восьмигранника?

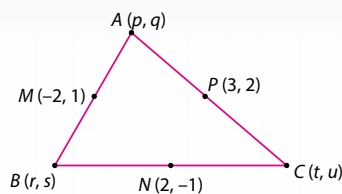
- A:** $\frac{1}{3} \text{ см}^3$ **Б:** $\frac{1}{4} \text{ см}^3$ **В:** $\frac{1}{5} \text{ см}^3$ **Г:** $\frac{1}{6} \text{ см}^3$ **Д:** $\frac{1}{8} \text{ см}^3$



14 Нехай $a_1 = \sqrt[4]{11}$, $a_2 = \sqrt[6]{11}$ – перші два члени геометричної прогресії. Чому дорівнює четвертий член цієї прогресії?

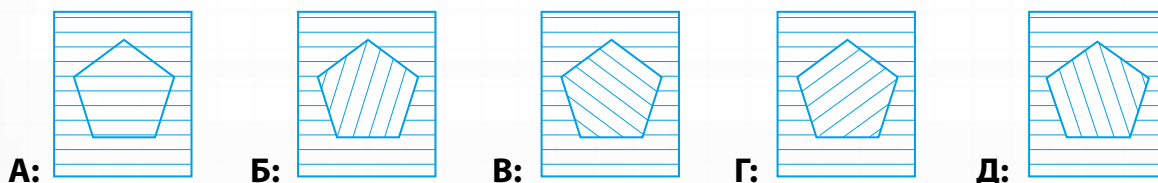
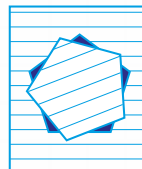
A: $a_4 = \sqrt[9]{11}$ **Б:** $a_4 = \sqrt[12]{11}$ **В:** $a_4 = \sqrt[24]{11}$ **Г:** 1 **Д:** 11

15 Точки $A(p, q)$, $B(r, s)$ і $C(t, u)$ – вершини трикутника (див. мал.). Точки $M(-2, 1)$, $N(2, -1)$ і $P(3, 2)$ – середини сторін цього трикутника. Чому дорівнює сума $p + q + r + s + t + u$?



A: 2 **Б:** $\frac{5}{2}$ **В:** 3 **Г:** 5 **Д:** неможливо визначити

16 З аркуша у лінійку вирізано правильний п'ятикутник. На кожному кроці повертаємо п'ятикутник навколо його центра проти годинникової стрілки на 21° . Зображення після першого кроку є на малюнку праворуч. На якому малюнку у відповідях зображено положення п'ятикутника, коли він вперше повернеться в отвір?



17 Яке із п'яти запропонованих у відповідях чисел не є дільником числа $18^{2017} + 18^{2018}$?

A: 8 **Б:** 18 **В:** 28 **Г:** 38 **Д:** 48

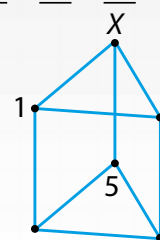
18 Скільки дійсних розв'язків має рівняння $||4^x - 3| - 2| = 1$?

A: 2 **Б:** 3 **В:** 4 **Г:** 5 **Д:** 6

19 Чому дорівнює значення виразу $\cos^3 1^\circ + \cos^3 2^\circ + \cos^3 3^\circ + \dots + \cos^3 359^\circ$?

A: -2 **Б:** -1 **В:** 0 **Г:** 1 **Д:** 2

20 Шість вершин правильної трикутної призми пронумеровані числами від 1 до 6 так, що суми чисел у чотирьох вершинах кожної бічної грані рівні. Яке число є у вершині з позначкою x , якщо числа 1 та 5 розташовані так, як це показано на малюнку?



A: 2 **Б:** 3 **В:** 4 **Г:** 6 **Д:** запропонована конструкція є неможливою

Завдання 21 – 30 оцінюються п'ятьма балами

21 Нехай m та n корені рівняння $x^2 - x - 2018 = 0$. Чому дорівнює значення виразу $n^2 + m$?

A: 2016 **Б:** 2017 **В:** 2018 **Г:** 2019 **Д:** 2020

22 Четверо братів, Андрій, Богдан, Василь і Григорій, різного зросту. Вони стверджують наступне:

Андрій: «Я не найвищий і не найнижчий»;

Богдан: «Я не найнижчий»;

Василь: «Я найвищий»;

Григорій: «Я найнижчий».

Хто з них насправді найвищий, якщо лише один із них говорить неправду?

A: Андрій **Б:** Богдан **В:** Василь **Г:** Григорій **Д:** Неможливо визначити

23 Функцію f задано на множині цілих чисел так, що $f(x+y) = f(x)f(y)$ при усіх $x \in Z, y \in Z$. Чому дорівнює значення виразу $f(1) + f(2) + f(3) + f(4)$, якщо $f(1) = \frac{1}{2}$?

A: $\frac{1}{8}$

Б: $\frac{3}{2}$

В: $\frac{5}{2}$

Г: $\frac{15}{8}$

Д: $\frac{15}{16}$

24 Графік квадратичної функції $f(x) = x^2 + px + q$ перетинає осі Ox та Oy у трьох різних точках. Коло, проведене через ці три точки, перетинає графік $y = f(x)$ ще в одній точці. Які координати цієї четвертої точки?

A: $(0, -q)$

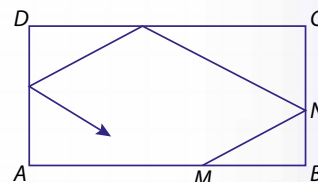
Б: (p, q)

В: $(-p, q)$

Г: $(-\frac{q}{p}, \frac{q^2}{p^2})$

Д: $(1, p+q+1)$

25 У прямокутному більярдному столі довжини бортів AB та AD дорівнюють 3 м і 2 м відповідно. Куля починає свій рух із точки M , що знаходиться на довшій стороні, і відбивається по одному разу від кожного борту (див. мал.). На якій відстані від точки A буде точка, в якій куля вперше відіб'ється від AB , якщо $BM = 1,2$ м і $BN = 0,8$ м?



A: 1,2 м

Б: 1,5 м

В: 2 м

Г: 2,8 м

Д: 1,8 м

26 Скільки коренів має рівняння: $2^{x+2}5^{6-x} = 10^{x^2}$?

A: 0

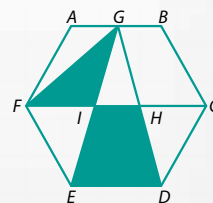
Б: 1

В: 2

Г: 3

Д: нескінченну кількість

27 $ABCDEF$ – правильний шестикутник. Точка G – середина AB . H і I – точки перетину GD і GE з FC відповідно. Чому дорівнює відношення площі трикутника GIF до площі трапеції $IHDE$?



A: $\frac{1}{2}$

Б: $\frac{1}{3}$

В: $\frac{1}{24}$

Г: $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Д: $\frac{\sqrt{3}}{4}$

28 У класі на 40 % більше дівчат, ніж хлопців. Скільки учнів у цьому класі, якщо імовірність того, що у групі з двох осіб, обраних навмання з учнів класу, є і хлопець, і дівчина, дорівнює $\frac{1}{2}$?

A: 20

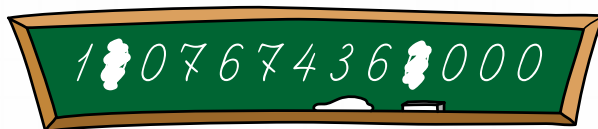
Б: 24

В: 36

Г: 38

Д: Ця ситуація не є можливою

29 Архімед порахував $15!$ (добуток усіх натуральних чисел від 1 до 15). Результат записали на дошці і витерли другу і десяту цифри.



Які цифри витерті?

A: 2 і 0

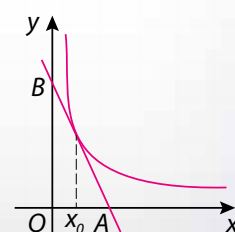
Б: 4 і 8

В: 7 і 4

Г: 9 і 2

Д: 3 і 8

30 До графіка функції $y = \frac{2}{x}$ у точці x_0 ($x_0 > 0$) проведено дотичну, яка перетинає осі координат в точках A та B (див. мал.). Чому дорівнює площа трикутника AOB (точка O – початок координат)?



A: 1 кв. од.

Б: 1,5 кв. од.

В: 2 кв. од.

Г: 4 кв. од.

Д: Відповідь залежить від розміщення точки x_0