

9 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Торт «Наполеон» стоил целое число гривен и его цена записывалась двузначным числом. Цену на торт подняли на 20%, но продавцу, чтобы записать новую цену, нужно было только поменять местами цифры числа, записанного на ценнике. Сколько стоил торт до подорожания?

2. Точка M – середина гипотенузы AC прямоугольного треугольника ABC . Биссектриса угла ABC пересекает описанную окружность треугольника в точке D . Найдите угол DMC .

3. Натуральное число n увеличили на 1, а его квадрат увеличился на 4029. Чему равно n ?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Под какой процент выгоднее положить деньги в банк на один год: под 12% в год или под 1% в месяц?

5. У купца было два сорта чая: цейлонский по 9 рублей за фунт и индийский по 6 рублей за фунт, причём за весь цейлонский чай он заплатил столько же, сколько за весь индийский. Купец смешал их и получил чай «Целительный». По какой цене ему нужно продавать чай «Целительный», чтобы прибыль от продажи составила 100%?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. Дан квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$, все коэффициенты которого отличны от нуля. Ваня случайно поменял местами коэффициенты a и b и получил, что трёхчлен имеет ровно один корень. Петя вместо этого поменял местами b и c и тоже получил, что трёхчлен имеет ровно один корень. Сколько корней у трёхчлена $ax^2 + bx + c$ на самом деле?

7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых следующая система неравенств имеет решения:

$$\begin{cases} |x| < 2, \\ |x - 1| > a. \end{cases}$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 706-09-41: 20 января с 16⁰⁰ до 18⁰⁰ и 21 января с 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апелляция состоится 22 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

9 клас

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 3 бали)

1. Торт «Наполеон» коштував ціле число гривень і його ціна записувалася двоцифровим числом. Ціну на торт підняли на 20%, але продавцю, щоб записати нову ціну, треба було лише поміняти місцями цифри числа, що записане на ціннику. Скільки коштував торт до подорожчання?

2. Точка M – середина гіпотенузи AC прямокутного трикутника ABC . Бісектриса кута ABC перетинає описане коло трикутника у точці D . Знайдіть кут DMC .

3. Натуральне число n збільшили на 1, а його квадрат збільшився на 4029. Чому дорівнює n ?

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 5 балів)

4. Під який відсоток вигідніше покласти гроші у банк на один рік: під 12% на рік або під 1% на місяць?

5. У купця було два сорти чая: цейлонський по 9 карбованців за фунт та індійський по 6 карбованців за фунт, причому за весь цейлонський чай він заплатив стільки ж, скільки за весь індійський. Купець змішав їх і отримав чай «Цілющий». За яку ціну йому треба продавати чай «Цілющий», щоб прибуток від продажу склав 100%?

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 7 балів)

6. Дано квадратний тричлен $ax^2 + bx + c$, усі коефіцієнти якого відмінні від нуля. Ваня випадково поміняв місцями коефіцієнти a і b й отримав, що тричлен має рівно один корінь. Петрик замість цього поміняв місцями b і c й теж отримав, що тричлен має рівно один корінь. Скільки коренів у тричлена $ax^2 + bx + c$ насправді?

7. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких наступна система нерівностей має розв'язки:

$$\begin{cases} |x| < 2, \\ |x - 1| > a. \end{cases}$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 706-09-41: 20 січня з 16⁰⁰ до 18⁰⁰ і 21 січня з 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апеляція відбудеться 22 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

10 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Аня участвовала в тестировании по математике. За каждый правильный ответ даётся 5 баллов, а за каждый неправильный ответ снимается 3 балла. Аня ответила на все вопросы и получила половину максимально возможного количества баллов. На сколько вопросов Аня ответила правильно, если всего в тесте было 32 вопроса?

2. Точка M – середина гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , а точка N – середина катета AC . Через точки M и N провели окружность, которая касается катета BC в точке K . В каком отношении точка K делит этот катет?

3. Решите уравнение

$$3^{x+2} + 2^{x+2} + 2^x = 2^{x+5} + 3^x.$$

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Один торговец продаёт сливы по 15 гривен за килограмм, а второй – по 10 гривен. Но у первого вес косточки составляет треть веса каждой сливы, а у второго – половину. Чьи сливы выгоднее покупать?

5. Ваня пришёл в спортивный магазин за санками и лыжами. Магазин проводил рекламную акцию, предлагая либо скидку 15% на всю покупку, либо скидку 50% на санки. Ваня выбрал одни санки и одни лыжи, и оказалось, что стоимость этой покупки со скидкой не зависит от выбранного варианта скидки. Сколько стоили санки (без скидки), если лыжи без скидки стоили 700 гривен?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На координатной плоскости нарисован квадрат, две вершины которого лежат на прямой $y = 5$, а две другие – на параболе $y = x^2 - 1$. Чему равна сторона квадрата? Найдите все варианты.

7. Решите неравенство

$$\sqrt{\sqrt{x+1} - x} \leq 1.$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 706-09-41: 20 января с 16⁰⁰ до 18⁰⁰ и 21 января с 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апелляция состоится 22 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

10 клас

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 3 бали)

1. Аня брала участь у тестуванні з математики. За кожну правильну відповідь дається 5 балів, а за кожну неправильну відповідь знімається 3 бали. Аня відповіла на усі питання і отримала половину максимально можливої кількості балів. На скільки питань Аня відповіла правильно, якщо всього у тесті було 32 питання?

2. Точка M – середина гіпотенузи AB прямокутного трикутника ABC , а точка N – середина катета AC . Через точки M і N провели коло, яке дотикається катета BC у точці K . У якому відношенні точка K ділить цей катет?

3. Розв'яжіть рівняння

$$3^{x+2} + 2^{x+2} + 2^x = 2^{x+5} + 3^x.$$

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 5 балів)

4. Один торговець продає сливи по 15 гривень за кілограм, а другий – по 10 гривень. Але у першого вага косточки складає третину ваги кожної сливи, а у другого – половину. Чиї сливи вигідніше купувати?

5. Ваня прийшов до спортивного магазину за санчатами і лижами. Магазин проводив рекламну акцію, пропонуючи або знижку 15% на всю покупку, або знижку 50% на санчата. Ваня вибрав одні санчата й одні лижі, і виявилось, що вартість цієї покупки зі знижкою не залежить від обраного варіанту знижки. Скільки коштували санчата (без знижки), якщо лижі без знижки коштували 700 гривень?

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 7 балів)

6. На координатній площині намальований квадрат, дві вершини якого лежать на прямій $y = 5$, а дві інші – на параболі $y = x^2 - 1$. Чому дорівнює сторона квадрата? Знайдіть усі варіанти.

7. Розв'яжіть нерівність

$$\sqrt{\sqrt{x+1} - x} \leq 1.$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 706-09-41: 20 січня з 16⁰⁰ до 18⁰⁰ і 21 січня з 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апеляція відбудеться 22 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Десять лет назад возраст Джона составлял $\frac{3}{4}$ возраста Мэри, а сейчас Мэри вдвое больше лет, чем было Джону тогда. Сколько лет Джону? Сколько лет Мэри?

2. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Площадь трапеции равна 35, а площадь треугольника ABD равна 19. Пусть точка E – середина стороны AB . Найдите площадь треугольника BCE .

3. Найдите такое натуральное число n , для которого

$$[\lg 1] + [\lg 2] + \dots + [\lg(n-1)] + [\lg n] = 100.$$

($[z]$ означает целую часть числа z .)

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. В среду акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а в четверг подешевели на такое же количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в среду. На сколько процентов подорожали акции в среду?

5. В нескольких кошельках лежат одинаковые суммы денег. Если бы количество кошельков было на 1% меньше, а денег в каждом кошельке – на копейку больше, то общая сумма денег была бы меньше. И если бы количество кошельков было на 1% больше, а денег в каждом кошельке – на копейку меньше, то общая сумма денег тоже была бы меньше. Во сколько раз увеличится общая сумма денег, если количество кошельков не менять, но в каждый кошелек добавить по гривне?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. Петя выписал на доске в строчку нечётное количество подряд идущих членов арифметической прогрессии. Оказалось, что среднее из чисел равно 302. Когда он стёр четыре наибольших члена прогрессии, оказалось, что теперь среднее из чисел равно 296. Найдите разность арифметической прогрессии.

7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$(a-1)x^2 - (a+1)x + (a-1) > 0$$

выполняется для всех $x \geq 2$.

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 706-09-41: 20 января с 16⁰⁰ до 18⁰⁰ и 21 января с 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апелляция состоится 22 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

11 клас

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 3 бали)

1. Десять років тому вік Джона складав $\frac{3}{4}$ віку Мері, а зараз Мері вдвічі більше років, ніж було Джону тоді. Скільки років Джону? Скільки років Мері?

2. Дано трапецію $ABCD$ з основами AD і BC . Площа трапеції дорівнює 35, а площа трикутника ABD дорівнює 19. Нехай точка E – середина сторони AB . Знайдіть площу трикутника BCE .

3. Знайдіть таке натуральне число n , для якого

$$[\lg 1] + [\lg 2] + \dots + [\lg(n-1)] + [\lg n] = 100.$$

($[z]$ означає цілу частину числа z .)

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 5 балів)

4. У середу акції компанії подорожчали на деяку кількість відсотків, а у четвер подешевшали на таку ж кількість відсотків. У результаті вони стали коштувати на 4% дешевше, ніж при відкритті торгів у середу. На скільки відсотків подорожчали акції у середу?

5. У декількох гаманцях лежать однакові суми грошей. Якби кількість гаманців була на 1% менше, а грошей у кожному гаманці – на копійку більше, то загальна сума грошей була б менша. І якби кількість гаманців була на 1% більше, а грошей у кожному гаманці – на копійку менше, то загальна сума грошей теж була б менша. У скільки разів збільшиться загальна сума грошей, якщо кількість гаманців не міняти, але у кожний гаманець додати по гривні?

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 7 балів)

6. Петрик виписав на дошці у рядок непарну кількість членів арифметичної прогресії, що йдуть підряд. Виявилось, що середнє з чисел дорівнює 302. Коли він стер чотири найбільші члени прогресії, виявилось, що тепер середнє з чисел дорівнює 296. Знайдіть різницю арифметичної прогресії.

7. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких нерівність

$$(a-1)x^2 - (a+1)x + (a-1) > 0$$

виконується для усіх $x \geq 2$.

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 706-09-41: 20 січня з 16⁰⁰ до 18⁰⁰ і 21 січня з 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апеляція відбудеться 22 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

9 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Торт «Наполеон» стоил целое число гривен и его цена записывалась двузначным числом. Цену на торт подняли на 20%, но продавцу, чтобы записать новую цену, нужно было только поменять местами цифры числа, записанного на ценнике. Сколько стоил торт до подорожания?

2. Точка M – середина гипотенузы AC прямоугольного треугольника ABC . Биссектриса угла ABC пересекает описанную окружность треугольника в точке D . Найдите угол DMC .

3. Натуральное число n увеличили на 1, а его квадрат увеличился на 4029. Чему равно n ?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. На вершушках двух вертикальных шестов высотой 4 м и 6 м сидит по одному попугаю. Расстояние между основаниями шестов 8 м. У дрессировщицы Маши есть кусочек сыра. На каком расстоянии от оснований шестов (на отрезке между ними) нужно положить сыр, чтобы расстояние от сыра до каждого из попугаев было одинаковым?

5. Саня поехал кататься на лодке вверх по течению реки. Скорость течения 2 км/ч, а скорость лодки в стоячей воде 18 км/ч. На какое расстояние может отплыть Саня, чтобы вернуться к ужину не позднее чем через 3 часа после отплытия?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. Дан квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$, все коэффициенты которого отличны от нуля. Ваня случайно поменял местами коэффициенты a и b и получил, что трёхчлен имеет ровно один корень. Петя вместо этого поменял местами b и c и тоже получил, что трёхчлен имеет ровно один корень. Сколько корней у трёхчлена $ax^2 + bx + c$ на самом деле?

7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых следующая система неравенств имеет решения:

$$\begin{cases} |x| < 2, \\ |x - 1| > a. \end{cases}$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 706-09-41: 20 января с 16⁰⁰ до 18⁰⁰ и 21 января с 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апелляция состоится 22 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

9 клас

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 3 бали)

1. Торт «Наполеон» коштував ціле число гривень і його ціна записувалася двоцифровим числом. Ціну на торт підняли на 20%, але продавцю, щоб записати нову ціну, треба було лише поміняти місцями цифри числа, що записане на ціннику. Скільки коштував торт до подорожчання?

2. Точка M – середина гіпотенузи AC прямокутного трикутника ABC . Бісектриса кута ABC перетинає описане коло трикутника у точці D . Знайдіть кут DMC .

3. Натуральне число n збільшили на 1, а його квадрат збільшився на 4029. Чому дорівнює n ?

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 5 балів)

4. На верхівках двох вертикальних жердин висотою 4 м та 6 м сидить по одному папузі. Відстань між основами жердин 8 м. У дресирувальниці Марійки є шматочок сиру. На якій відстані від основ жердин (на відрізьку між ними) треба покласти сир, щоб відстань від сиру до кожного з папуг була однаковою?

5. Саня поїхав кататися на човні уверх за течією річки. Швидкість течії 2 км/год, а швидкість човна у стоячій воді 18 км/год. На яку відстань може відплисти Саня, щоб повернутися до вечері не пізніше ніж через 3 години після відплиття?

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 7 балів)

6. Дано квадратний тричлен ax^2+bx+c , усі коефіцієнти якого відмінні від нуля. Ваня випадково поміняв місцями коефіцієнти a і b й отримав, що тричлен має рівно один корінь. Петрик замість цього поміняв місцями b і c й теж отримав, що тричлен має рівно один корінь. Скільки коренів у тричлена ax^2+bx+c насправді?

7. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких наступна система нерівностей має розв'язки:

$$\begin{cases} |x| < 2, \\ |x - 1| > a. \end{cases}$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 706-09-41: 20 січня з 16⁰⁰ до 18⁰⁰ і 21 січня з 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апеляція відбудеться 22 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

10 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Аня участвовала в тестировании по математике. За каждый правильный ответ даётся 5 баллов, а за каждый неправильный ответ снимается 3 балла. Аня ответила на все вопросы и получила половину максимально возможного количества баллов. На сколько вопросов Аня ответила правильно, если всего в тесте было 32 вопроса?

2. Точка M – середина гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , а точка N – середина катета AC . Через точки M и N провели окружность, которая касается катета BC в точке K . В каком отношении точка K делит этот катет?

3. Решите уравнение

$$3^{x+2} + 2^{x+2} + 2^x = 2^{x+5} + 3^x.$$

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. На верхушках двух вертикальных шестов высотой 4 м и 6 м сидит по одному попугаю. Расстояние между основаниями шестов 8 м. У дрессировщицы Маши есть маленькое зеркальце. На каком расстоянии от оснований шестов (на отрезке между ними) нужно положить зеркальце, чтобы попугаи могли видеть в нём друг друга?

5. Посёлок C находится на середине пути между городами A и B , причём дорога от A до C идёт вверх, а из C до B – вниз. Вася поехал на велосипеде из A в B (через C), причём вверх он ехал в три раза медленнее, чем вниз. Оказалось, что на первые 5 км пути он потратил в 1,5 раза больше времени, чем на последние 5 км. Найдите расстояние от A до B .

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На координатной плоскости нарисован квадрат, две вершины которого лежат на прямой $y = 5$, а две другие – на параболе $y = x^2 - 1$. Чему равна сторона квадрата? Найдите все варианты.

7. Решите неравенство

$$\sqrt{\sqrt{x+1} - x} \leq 1.$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 706-09-41: 20 января с 16⁰⁰ до 18⁰⁰ и 21 января с 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апелляция состоится 22 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

10 клас

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 3 бали)

1. Аня брала участь у тестуванні з математики. За кожну правильну відповідь дається 5 балів, а за кожну неправильну відповідь знімається 3 бали. Аня відповіла на усі питання і отримала половину максимально можливої кількості балів. На скільки питань Аня відповіла правильно, якщо всього у тесті було 32 питання?

2. Точка M – середина гіпотенузи AB прямокутного трикутника ABC , а точка N – середина катета AC . Через точки M і N провели коло, яке дотикається катета BC у точці K . У якому відношенні точка K ділить цей катет?

3. Розв'яжіть рівняння

$$3^{x+2} + 2^{x+2} + 2^x = 2^{x+5} + 3^x.$$

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 5 балів)

4. На верхівках двох вертикальних жердин висотою 4 м та 6 м сидить по одному папузі. Відстань між основами жердин 8 м. У дресирувальниці Марійки є маленьке люстерко. На якій відстані від основ жердин (на відрізку між ними) треба покласти люстерко, щоб папуги могли бачити у ньому один одного?

5. Селище C знаходиться на середині шляху між містами A і B , причому дорога від A до C йде вгору, а з C до B – униз. Василь поїхав на велосипеді з A до B (через C), причому угору він їхав втричі повільніше, ніж униз. Виявилося, що на перші 5 км шляху він витратив у 1,5 рази більше часу, ніж на останні 5 км. Знайдіть відстань від A до B .

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 7 балів)

6. На координатній площині намальований квадрат, дві вершини якого лежать на прямій $y = 5$, а дві інші – на параболі $y = x^2 - 1$. Чому дорівнює сторона квадрата? Знайдіть усі варіанти.

7. Розв'яжіть нерівність

$$\sqrt{\sqrt{x+1} - x} \leq 1.$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 706-09-41: 20 січня з 16⁰⁰ до 18⁰⁰ і 21 січня з 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апеляція відбудеться 22 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

11 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Десять лет назад возраст Джона составлял $\frac{3}{4}$ возраста Мэри, а сейчас Мэри вдвое больше лет, чем было Джону тогда. Сколько лет Джону? Сколько лет Мэри?

2. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Площадь трапеции равна 35, а площадь треугольника ABD равна 19. Пусть точка E – середина стороны AB . Найдите площадь треугольника BCE .

3. Найдите такое натуральное число n , для которого

$$[\lg 1] + [\lg 2] + \dots + [\lg(n-1)] + [\lg n] = 100.$$

($[z]$ означает целую часть числа z .)

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Имеется два раствора кислоты: 4 л одного раствора и 6 л другого. Если смешать эти растворы, получится 35% раствор. А если смешать по 1 л каждого раствора, получится 36% раствор. Какова концентрация исходных растворов?

5. Точки E и F – середины сторон BC и CD квадрата $ABCD$. Квадрат вырезали из бумаги, перегнули лист по отрезкам AE , EF , FA и сложили треугольную пирамиду. Найдите её объём, если длина стороны квадрата равна 1.

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. Петя выписал на доске в строчку нечётное количество подряд идущих членов арифметической прогрессии. Оказалось, что среднее из чисел равно 302. Когда он стёр четыре наибольших члена прогрессии, оказалось, что теперь среднее из чисел равно 296. Найдите разность арифметической прогрессии.

7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$(a-1)x^2 - (a+1)x + (a-1) > 0$$

выполняется для всех $x \geq 2$.

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 706-09-41: 20 января с 16⁰⁰ до 18⁰⁰ и 21 января с 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апелляция состоится 22 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

11 клас

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 3 бали)

1. Десять років тому вік Джона складав $\frac{3}{4}$ віку Мері, а зараз Мері вдвічі більше років, ніж було Джону тоді. Скільки років Джону? Скільки років Мері?

2. Дано трапецію $ABCD$ з основами AD і BC . Площа трапеції дорівнює 35, а площа трикутника ABD дорівнює 19. Нехай точка E – середина сторони AB . Знайдіть площу трикутника BCE .

3. Знайдіть таке натуральне число n , для якого

$$[\lg 1] + [\lg 2] + \dots + [\lg(n-1)] + [\lg n] = 100.$$

($[z]$ означає цілу частину числа z .)

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 5 балів)

4. Маємо два розчини кислоти: 4 л одного розчину і 6 л другого. Якщо змішати ці розчини, дістанемо 35% розчин. А якщо змішати по 1 л кожного розчину, дістанемо 36% розчин. Якою є концентрація вихідних розчинів?

5. Точки E та F – середини сторін BC і CD квадрата $ABCD$. Квадрат вирізали з паперу, перегнули аркуш по відрізках AE , EF , FA і склали трикутну піраміду. Знайдіть її об'єм, якщо довжина сторони квадрата дорівнює 1.

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 7 балів)

6. Петрик виписав на дошці у рядок непарну кількість членів арифметичної прогресії, що йдуть підряд. Виявилося, що середнє з чисел дорівнює 302. Коли він стер чотири найбільші члени прогресії, виявилося, що тепер середнє з чисел дорівнює 296. Знайдіть різницю арифметичної прогресії.

7. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких нерівність

$$(a-1)x^2 - (a+1)x + (a-1) > 0$$

виконується для усіх $x \geq 2$.

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 706-09-41: 20 січня з 16⁰⁰ до 18⁰⁰ і 21 січня з 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апеляція відбудеться 22 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

9 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Торт «Наполеон» стоил целое число гривен и его цена записывалась двузначным числом. Цену на торт подняли на 20%, но продавцу, чтобы записать новую цену, нужно было только поменять местами цифры числа, записанного на ценнике. Сколько стоил торт до подорожания?

2. Точка M – середина гипотенузы AC прямоугольного треугольника ABC . Биссектриса угла ABC пересекает описанную окружность треугольника в точке D . Найдите угол DMC .

3. Натуральное число n увеличили на 1, а его квадрат увеличился на 4029. Чему равно n ?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Решите уравнение:

$$x^2 + 2\sqrt{x^2 - 1} = 4.$$

5. Числа $a < b < c < d$ сложили попарно, получили 6 сумм. Оказалось, что 4 наименьших из них равны 1, 2, 3, 4. Какими могли быть числа a, b, c, d ? Найдите все варианты.

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. Дан квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$, все коэффициенты которого отличны от нуля. Ваня случайно поменял местами коэффициенты a и b и получил, что трёхчлен имеет ровно один корень. Петя вместо этого поменял местами b и c и тоже получил, что трёхчлен имеет ровно один корень. Сколько корней у трёхчлена $ax^2 + bx + c$ на самом деле?

7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых следующая система неравенств имеет решения:

$$\begin{cases} |x| < 2, \\ |x - 1| > a. \end{cases}$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 706-09-41: 20 января с 16⁰⁰ до 18⁰⁰ и 21 января с 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апелляция состоится 22 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

9 клас

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 3 бали)

1. Торт «Наполеон» коштував ціле число гривень і його ціна записувалася двоцифровим числом. Ціну на торт підняли на 20%, але продавцю, щоб записати нову ціну, треба було лише поміняти місцями цифри числа, що записане на ціннику. Скільки коштував торт до подорожчання?

2. Точка M – середина гіпотенузи AC прямокутного трикутника ABC . Бісектриса кута ABC перетинає описане коло трикутника у точці D . Знайдіть кут DMC .

3. Натуральне число n збільшили на 1, а його квадрат збільшився на 4029. Чому дорівнює n ?

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 5 балів)

4. Розв'яжіть рівняння:

$$x^2 + 2\sqrt{x^2 - 1} = 4.$$

5. Числа $a < b < c < d$ додали попарно, отримали 6 сум. Виявилось, що 4 найменших з них дорівнюють 1, 2, 3, 4. Якими могли бути числа a, b, c, d ? Знайдіть усі варіанти.

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 7 балів)

6. Дано квадратний тричлен $ax^2 + bx + c$, усі коефіцієнти якого відмінні від нуля. Ваня випадково поміняв місцями коефіцієнти a і b й отримав, що тричлен має рівно один корінь. Петрик замість цього поміняв місцями b і c й теж отримав, що тричлен має рівно один корінь. Скільки коренів у тричлена $ax^2 + bx + c$ насправді?

7. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких наступна система нерівностей має розв'язки:

$$\begin{cases} |x| < 2, \\ |x - 1| > a. \end{cases}$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 706-09-41: 20 січня з 16⁰⁰ до 18⁰⁰ і 21 січня з 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апеляція відбудеться 22 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

10 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Аня участвовала в тестировании по математике. За каждый правильный ответ даётся 5 баллов, а за каждый неправильный ответ снимается 3 балла. Аня ответила на все вопросы и получила половину максимально возможного количества баллов. На сколько вопросов Аня ответила правильно, если всего в тесте было 32 вопроса?

2. Точка M – середина гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , а точка N – середина катета AC . Через точки M и N провели окружность, которая касается катета BC в точке K . В каком отношении точка K делит этот катет?

3. Решите уравнение

$$3^{x+2} + 2^{x+2} + 2^x = 2^{x+5} + 3^x.$$

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Найдите наименьшее натуральное число n , удовлетворяющее таким условиям: если разделить n на 5, получится полный квадрат (то есть квадрат некоторого натурального числа), а если разделить n на 4, получится полный куб (то есть куб некоторого натурального числа).

5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x(x + y + 1) - 3 = 0, \\ (x + y)^2 - \frac{5}{x^2} + 1 = 0. \end{cases}$$

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На координатной плоскости нарисован квадрат, две вершины которого лежат на прямой $y = 5$, а две другие – на параболе $y = x^2 - 1$. Чему равна сторона квадрата? Найдите все варианты.

7. Решите неравенство

$$\sqrt{\sqrt{x+1} - x} \leq 1.$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 706-09-41: 20 января с 16⁰⁰ до 18⁰⁰ и 21 января с 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апелляция состоится 22 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

10 клас

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 3 бали)

1. Аня брала участь у тестуванні з математики. За кожну правильну відповідь дається 5 балів, а за кожну неправильну відповідь знімається 3 бали. Аня відповіла на усі питання і отримала половину максимально можливої кількості балів. На скільки питань Аня відповіла правильно, якщо всього у тесті було 32 питання?

2. Точка M – середина гіпотенузи AB прямокутного трикутника ABC , а точка N – середина катета AC . Через точки M і N провели коло, яке дотикається катета BC у точці K . У якому відношенні точка K ділить цей катет?

3. Розв'яжіть рівняння

$$3^{x+2} + 2^{x+2} + 2^x = 2^{x+5} + 3^x.$$

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 5 балів)

4. Знайдіть найменше натуральне число n , яке задовольняє такі умови: якщо розділити n на 5, дістанемо повний квадрат (тобто квадрат якогось натурального числа), а якщо розділити n на 4, дістанемо повний куб (тобто куб якогось натурального числа).

5. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} x(x + y + 1) - 3 = 0, \\ (x + y)^2 - \frac{5}{x^2} + 1 = 0. \end{cases}$$

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 7 балів)

6. На координатній площині намальований квадрат, дві вершини якого лежать на прямій $y = 5$, а дві інші – на параболі $y = x^2 - 1$. Чому дорівнює сторона квадрата? Знайдіть усі варіанти.

7. Розв'яжіть нерівність

$$\sqrt{\sqrt{x+1} - x} \leq 1.$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 706-09-41: 20 січня з 16⁰⁰ до 18⁰⁰ і 21 січня з 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апеляція відбудеться 22 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

11 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Десять лет назад возраст Джона составлял $\frac{3}{4}$ возраста Мэри, а сейчас Мэри вдвое больше лет, чем было Джону тогда. Сколько лет Джону? Сколько лет Мэри?

2. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Площадь трапеции равна 35, а площадь треугольника ABD равна 19. Пусть точка E – середина стороны AB . Найдите площадь треугольника BCE .

3. Найдите такое натуральное число n , для которого

$$[\lg 1] + [\lg 2] + \dots + [\lg(n-1)] + [\lg n] = 100.$$

($[z]$ означает целую часть числа z .)

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Выберите из геометрической прогрессии $\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$ такую геометрическую прогрессию, сумма которой равна $\frac{1}{7}$.

5. Три окружности ω_1, ω_2 и ω_3 попарно касаются друг друга внешним образом. Прямая l_1 – общая касательная ω_1 и ω_3 , а прямая l_2 – общая касательная ω_2 и ω_3 . Оказалось, что прямые l_1 и l_2 параллельны и все три окружности находятся в полосе между l_1 и l_2 . Найдите радиус окружности ω_3 , если радиусы окружностей ω_1 и ω_2 равны 4 и 9.

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. Петя выписал на доске в строчку нечётное количество подряд идущих членов арифметической прогрессии. Оказалось, что среднее из чисел равно 302. Когда он стёр четыре наибольших члена прогрессии, оказалось, что теперь среднее из чисел равно 296. Найдите разность арифметической прогрессии.

7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$(a-1)x^2 - (a+1)x + (a-1) > 0$$

выполняется для всех $x \geq 2$.

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 706-09-41: 20 января с 16⁰⁰ до 18⁰⁰ и 21 января с 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апелляция состоится 22 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

11 клас

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 3 бали)

1. Десять років тому вік Джона складав $\frac{3}{4}$ віку Мері, а зараз Мері вдвічі більше років, ніж було Джону тоді. Скільки років Джону? Скільки років Мері?

2. Дано трапецію $ABCD$ з основами AD і BC . Площа трапеції дорівнює 35, а площа трикутника ABD дорівнює 19. Нехай точка E – середина сторони AB . Знайдіть площу трикутника BCE .

3. Знайдіть таке натуральне число n , для якого

$$[\lg 1] + [\lg 2] + \dots + [\lg(n-1)] + [\lg n] = 100.$$

($[z]$ означає цілу частину числа z .)

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 5 балів)

4. Виберіть з геометричної прогресії $\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$ таку геометричну прогресію, сума якої дорівнює $\frac{1}{7}$.

5. Три кола ω_1, ω_2 та ω_3 попарно дотикаються одне одного зовнішнім чином. Пряма ℓ_1 – спільна дотична ω_1 й ω_3 , а пряма ℓ_2 – спільна дотична ω_2 й ω_3 . Виявилось, що прямі ℓ_1 і ℓ_2 паралельні та усі три кола знаходяться у смужі між ℓ_1 та ℓ_2 . Знайдіть радіус кола ω_3 , якщо радіуси кіл ω_1 і ω_2 дорівнюють 4 і 9.

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 7 балів)

6. Петрик виписав на дошці у рядок непарну кількість членів арифметичної прогресії, що йдуть підряд. Виявилось, що середнє з чисел дорівнює 302. Коли він стер чотири найбільші члени прогресії, виявилось, що тепер середнє з чисел дорівнює 296. Знайдіть різницю арифметичної прогресії.

7. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких нерівність

$$(a-1)x^2 - (a+1)x + (a-1) > 0$$

виконується для усіх $x \geq 2$.

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 706-09-41: 20 січня з 16⁰⁰ до 18⁰⁰ і 21 січня з 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апеляція відбудеться 22 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

9 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Торт «Наполеон» стоил целое число гривен и его цена записывалась двузначным числом. Цену на торт подняли на 20%, но продавцу, чтобы записать новую цену, нужно было только поменять местами цифры числа, записанного на ценнике. Сколько стоил торт до подорожания?

2. Точка M – середина гипотенузы AC прямоугольного треугольника ABC . Биссектриса угла ABC пересекает описанную окружность треугольника в точке D . Найдите угол DMC .

3. Натуральное число n увеличили на 1, а его квадрат увеличился на 4029. Чему равно n ?

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Квадратный трёхчлен $x^2 - qx + 2014$ имеет два корня, являющихся натуральными числами, а q является полным кубом (то есть кубом какого-то натурального числа). Найдите q .

5. Толя получил больше двоек, чем Коля, а Петя и Вася вместе получили столько же двоек, сколько Коля и Толя вместе. Кроме того, Толя и Петя вместе получили меньше двоек, чем Вася и Коля вместе. Кто из мальчиков получил больше всех двоек, а кто – меньше всех?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. Дан квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$, все коэффициенты которого отличны от нуля. Ваня случайно поменял местами коэффициенты a и b и получил, что трёхчлен имеет ровно один корень. Петя вместо этого поменял местами b и c и тоже получил, что трёхчлен имеет ровно один корень. Сколько корней у трёхчлена $ax^2 + bx + c$ на самом деле?

7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых следующая система неравенств имеет решения:

$$\begin{cases} |x| < 2, \\ |x - 1| > a. \end{cases}$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 706-09-41: 20 января с 16⁰⁰ до 18⁰⁰ и 21 января с 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апелляция состоится 22 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

9 клас

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 3 бали)

1. Торт «Наполеон» коштував ціле число гривень і його ціна записувалася двоцифровим числом. Ціну на торт підняли на 20%, але продавцю, щоб записати нову ціну, треба було лише поміняти місцями цифри числа, що записане на ціннику. Скільки коштував торт до подорожчання?

2. Точка M – середина гіпотенузи AC прямокутного трикутника ABC . Бісектриса кута ABC перетинає описане коло трикутника у точці D . Знайдіть кут DMC .

3. Натуральне число n збільшили на 1, а його квадрат збільшився на 4029. Чому дорівнює n ?

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 5 балів)

4. Квадратний тричлен $x^2 - qx + 2014$ має два корені, які є натуральними числами, а q є повним кубом (тобто кубом якогось натурального числа). Знайдіть q .

5. Толя отримав більше двійок, ніж Микола, а Петрик і Василь разом отримали стільки ж двійок, скільки Микола і Толя разом. Крім того, Толя і Петрик разом отримали менше двійок, ніж Василь і Микола разом. Хто з хлопців отримав більше всіх двійок, а хто – менше всіх?

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 7 балів)

6. Дано квадратний тричлен $ax^2 + bx + c$, усі коефіцієнти якого відмінні від нуля. Ваня випадково поміняв місцями коефіцієнти a і b й отримав, що тричлен має рівно один корінь. Петрик замість цього поміняв місцями b і c й теж отримав, що тричлен має рівно один корінь. Скільки коренів у тричлена $ax^2 + bx + c$ насправді?

7. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких наступна система нерівностей має розв'язки:

$$\begin{cases} |x| < 2, \\ |x - 1| > a. \end{cases}$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 706-09-41: 20 січня з 16⁰⁰ до 18⁰⁰ і 21 січня з 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апеляція відбудеться 22 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

10 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Аня участвовала в тестировании по математике. За каждый правильный ответ даётся 5 баллов, а за каждый неправильный ответ снимается 3 балла. Аня ответила на все вопросы и получила половину максимально возможного количества баллов. На сколько вопросов Аня ответила правильно, если всего в тесте было 32 вопроса?

2. Точка M – середина гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC , а точка N – середина катета AC . Через точки M и N провели окружность, которая касается катета BC в точке K . В каком отношении точка K делит этот катет?

3. Решите уравнение

$$3^{x+2} + 2^{x+2} + 2^x = 2^{x+5} + 3^x.$$

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Представьте число 100 в виде суммы нескольких последовательных натуральных чисел. Найдите все варианты.

5. Питон Каа, длина которого 90 дюймов, вползает в нору со скоростью $7\frac{1}{2}$ дюйма за $\frac{5}{13}$ суток, и при этом за каждые $\frac{3}{4}$ суток его хвост вырастает на $1\frac{1}{8}$ дюйма. Сколько времени понадобится Каа, чтобы вползти в нору полностью?

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. На координатной плоскости нарисован квадрат, две вершины которого лежат на прямой $y = 5$, а две другие – на параболе $y = x^2 - 1$. Чему равна сторона квадрата? Найдите все варианты.

7. Решите неравенство

$$\sqrt{\sqrt{x+1} - x} \leq 1.$$

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 706-09-41: 20 января с 16⁰⁰ до 18⁰⁰ и 21 января с 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апелляция состоится 22 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

10 клас

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 3 бали)

1. Аня брала участь у тестуванні з математики. За кожну правильну відповідь дається 5 балів, а за кожну неправильну відповідь знімається 3 бали. Аня відповіла на усі питання і отримала половину максимально можливої кількості балів. На скільки питань Аня відповіла правильно, якщо всього у тесті було 32 питання?

2. Точка M – середина гіпотенузи AB прямокутного трикутника ABC , а точка N – середина катета AC . Через точки M і N провели коло, яке дотикається катета BC у точці K . У якому відношенні точка K ділить цей катет?

3. Розв'яжіть рівняння

$$3^{x+2} + 2^{x+2} + 2^x = 2^{x+5} + 3^x.$$

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 5 балів)

4. Подайте число 100 у вигляді суми декількох послідовних натуральних чисел. Знайдіть усі варіанти.

5. Пітон Каа, довжина якого 90 дюймів, вповзає у нору зі швидкістю $7\frac{1}{2}$ дюйма за $\frac{5}{13}$ доби, і при цьому за кожні $\frac{3}{4}$ доби його хвіст виростає на $1\frac{1}{8}$ дюйма. Скільки часу знадобиться Каа, щоб вповзти у нору повністю?

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 7 балів)

6. На координатній площині намальований квадрат, дві вершини якого лежать на прямій $y = 5$, а дві інші – на параболі $y = x^2 - 1$. Чому дорівнює сторона квадрата? Знайдіть усі варіанти.

7. Розв'яжіть нерівність

$$\sqrt{\sqrt{x+1} - x} \leq 1.$$

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 706-09-41: 20 січня з 16⁰⁰ до 18⁰⁰ і 21 січня з 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апеляція відбудеться 22 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

11 класс

I уровень (полное и правильное решение оценивается в 3 балла)

1. Десять лет назад возраст Джона составлял $\frac{3}{4}$ возраста Мэри, а сейчас Мэри вдвое больше лет, чем было Джону тогда. Сколько лет Джону? Сколько лет Мэри?

2. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Площадь трапеции равна 35, а площадь треугольника ABD равна 19. Пусть точка E – середина стороны AB . Найдите площадь треугольника BCE .

3. Найдите такое натуральное число n , для которого

$$[\lg 1] + [\lg 2] + \dots + [\lg(n-1)] + [\lg n] = 100.$$

($[z]$ означает целую часть числа z .)

II уровень (полное и правильное решение оценивается в 5 баллов)

4. Пусть $f(x) = ax^2 + bx + c$ – квадратичная функция, такая, что

$$\frac{f(4) - f(1)}{f(3) - f(2)} = f(5).$$

Кроме того, известно, что $f(6) = f(7)$. Найдите $f(8)$.

5. Последовательность x_n задана условием $x_{n+1} = \cos(\pi n x_n)$, причём $x_1 = \frac{1}{2}$. Найдите x_{2014} .

III уровень (полное и правильное решение оценивается в 7 баллов)

6. Петя выписал на доске в строчку нечётное количество подряд идущих членов арифметической прогрессии. Оказалось, что среднее из чисел равно 302. Когда он стёр четыре наибольших члена прогрессии, оказалось, что теперь среднее из чисел равно 296. Найдите разность арифметической прогрессии.

7. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$(a-1)x^2 - (a+1)x + (a-1) > 0$$

выполняется для всех $x \geq 2$.

На выполнение заданий отводится 3 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими средствами связи и электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 706-09-41: 20 января с 16⁰⁰ до 18⁰⁰ и 21 января с 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апелляция состоится 22 января с 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.

11 клас

I рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 3 бали)

1. Десять років тому вік Джона складав $\frac{3}{4}$ віку Мері, а зараз Мері вдвічі більше років, ніж було Джону тоді. Скільки років Джону? Скільки років Мері?

2. Дано трапецію $ABCD$ з основами AD і BC . Площа трапеції дорівнює 35, а площа трикутника ABD дорівнює 19. Нехай точка E – середина сторони AB . Знайдіть площу трикутника BCE .

3. Знайдіть таке натуральне число n , для якого

$$[\lg 1] + [\lg 2] + \dots + [\lg(n-1)] + [\lg n] = 100.$$

($[z]$ означає цілу частину числа z .)

II рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 5 балів)

4. Нехай $f(x) = ax^2 + bx + c$ – квадратична функція, така, що

$$\frac{f(4) - f(1)}{f(3) - f(2)} = f(5).$$

Крім того, відомо, що $f(6) = f(7)$. Знайдіть $f(8)$.

5. Послідовність x_n задана умовою $x_{n+1} = \cos(\pi n x_n)$, причому $x_1 = \frac{1}{2}$. Знайдіть x_{2014} .

III рівень (повний і правильний розв'язок оцінюється у 7 балів)

6. Петрик виписав на дошці у рядок непарну кількість членів арифметичної прогресії, що йдуть підряд. Виявилось, що середнє з чисел дорівнює 302. Коли він стер чотири найбільші члени прогресії, виявилось, що тепер середнє з чисел дорівнює 296. Знайдіть різницю арифметичної прогресії.

7. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких нерівність

$$(a-1)x^2 - (a+1)x + (a-1) > 0$$

виконується для усіх $x \geq 2$.

На виконання завдань відводиться 3 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими засобами зв'язку й електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 706-09-41: 20 січня з 16⁰⁰ до 18⁰⁰ і 21 січня з 15⁰⁰ до 18⁰⁰. Апеляція відбудеться 22 січня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰, ауд. 6-52.